

# Clustering

---

## Introdução ao algoritmo K-Means

Pontifícia Universidade Católica de Campinas

Prof. Dr. Denis M. L. Martins

# Clustering ou Agrupamento

---

- Categoria de técnicas de aprendizado não supervisionado
- Permite descobrir estruturas ocultas em dados, mesmo sem conhecer a resposta correta previamente
  - Sem rótulos: *unlabeled data*
  - Rótulos podem ser caros de coletar. Por exemplo: exames clínicos, opiniões de especialistas, etc.
- O objetivo do **agrupamento**: é encontrar um grupos nos dados baseados em padrões:
  - Itens no mesmo grupo sejam mais semelhantes entre si do que aos itens de grupos diferentes

# Exemplo

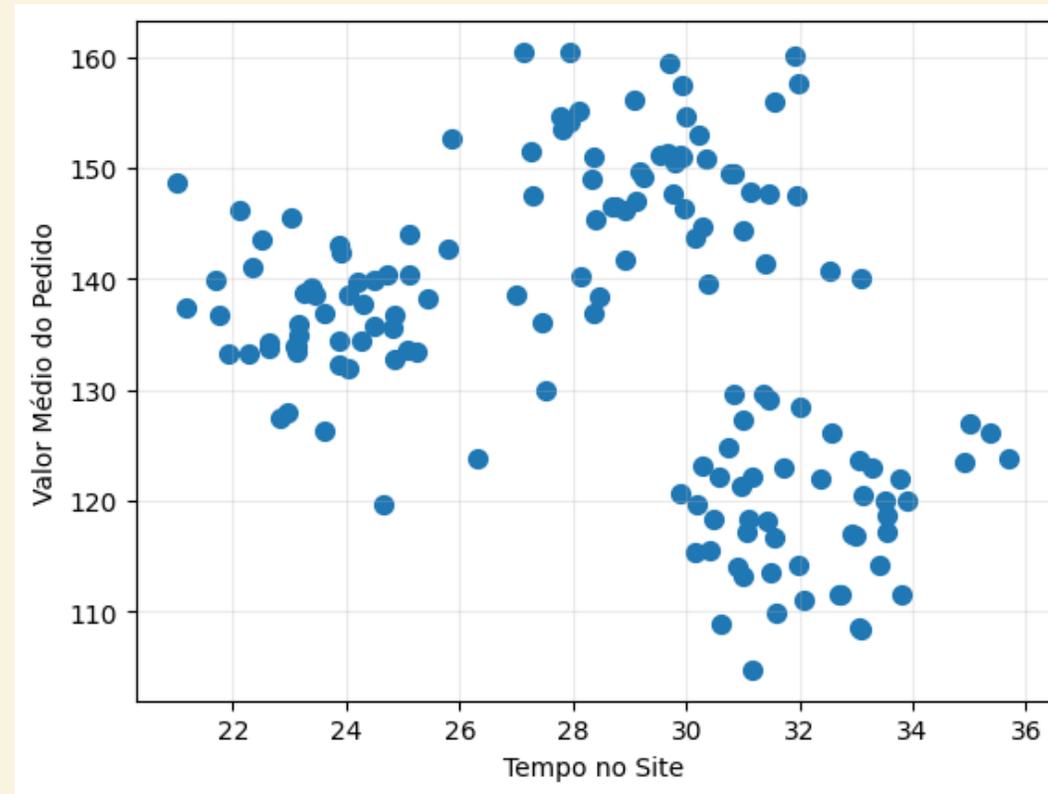
---

- **Problema:** Uma loja online que vende produtos artesanais deseja entender melhor seus clientes
- **Objetivo:** Personalizar ofertas e melhorar a experiência de compra.
- **Dados:** "Tempo no Site" (em minutos) e "Valor Médio do Pedido" (em reais).
- **Tarefa:** Segmentar os clientes em grupos distintos para direcionar campanhas de marketing mais eficazes.

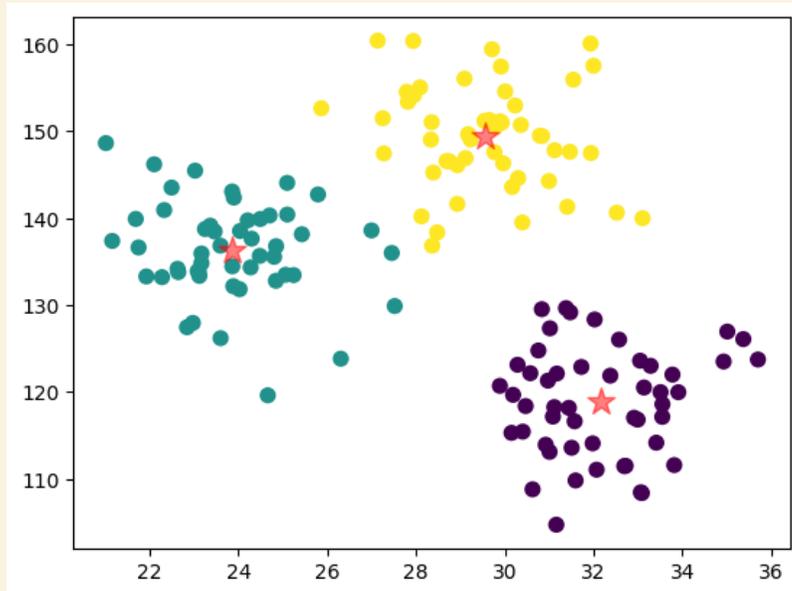
# Exemplo

---

Com um pouco de atenção, é possível ver três grupos nos dados coletados.



# Clustering com K-Means



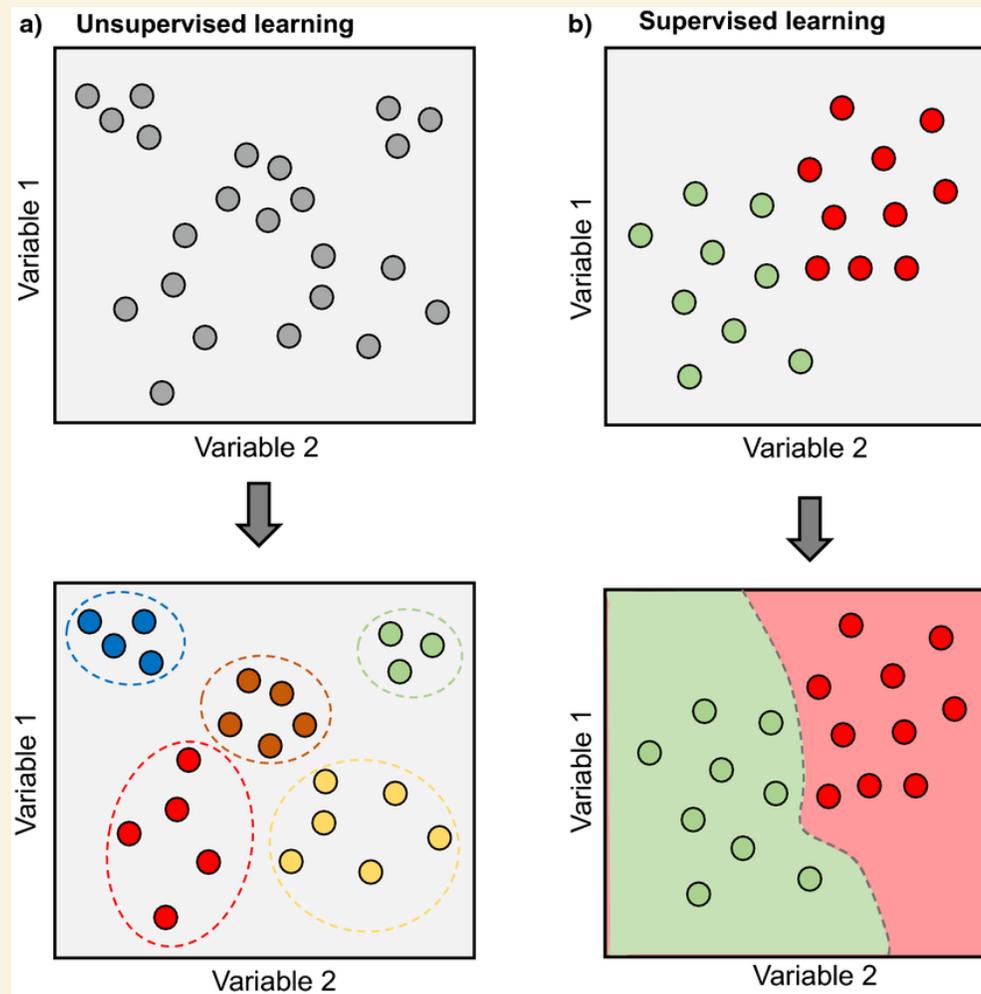
- **Compradores Eficientes:** Baixo tempo no site e valor médio do pedido moderado. Esses clientes são valiosos para a loja e devem receber ofertas personalizadas e programas de fidelidade.
- **Compradores Interessados:** Alto tempo no site e alto valor médio do pedido. Esses clientes podem ser atraídos a retornar ao site com conteúdo relevante e promoções direcionadas.
- **Navegadores:** Tempo médio no site e baixo valor médio do pedido. Esses clientes podem precisar de incentivos adicionais para aumentar seus gastos, como descontos ou frete grátis.

# Exemplos de Cénarios de Clustering

---

- **Segmentação de Clientes:** No marketing, o agrupamento pode ser usado para segmentar clientes com base em suas características demográficas, hábitos de compra e outras características.
- **Segmentação de Imagens:** Na visão computacional, o agrupamento pode ser usado para segmentar uma imagem em diferentes regiões com base em cor, textura ou outras características.
- **Agrupamento de Documentos:** Na recuperação de informação, o agrupamento pode ser usado para agrupar documentos semelhantes, facilitando a busca e recuperação de informações relevantes.
- **Detecção de Anomalias:** Na segurança de redes, o agrupamento pode ser usado para identificar padrões incomuns no tráfego de rede, que podem indicar um ataque ou uma falha do sistema.

# Tipos de problema de aprendizado de máquina



# K-Means

---

O algoritmo *k-means* busca encontrar um número predeterminado de grupos (clusters) dentro de um conjunto de dados multidimensionais não rotulados.

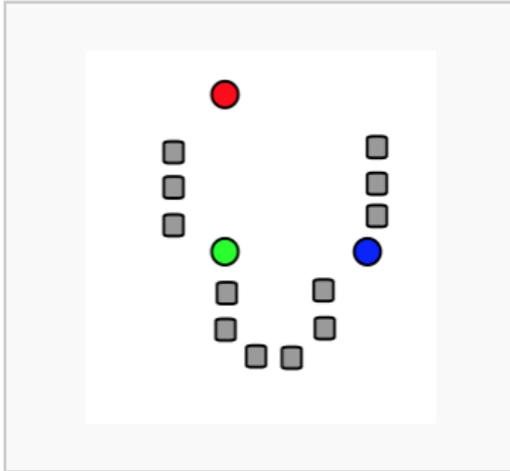
Ele faz isso usando uma concepção simples do que a agrupamento ideal deve ser:

- O "centroide" do grupo é a média aritmética de todos os pontos pertencentes ao grupo.
- Cada ponto está mais próximo do seu próprio centroide do que dos outros centroides.

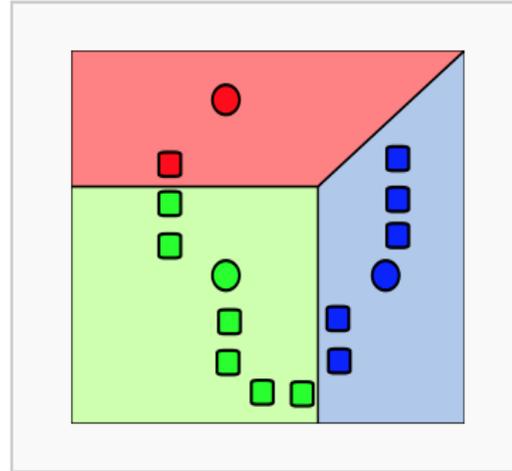
Essas duas premissas são a base do modelo *k-means*.

# K-Means

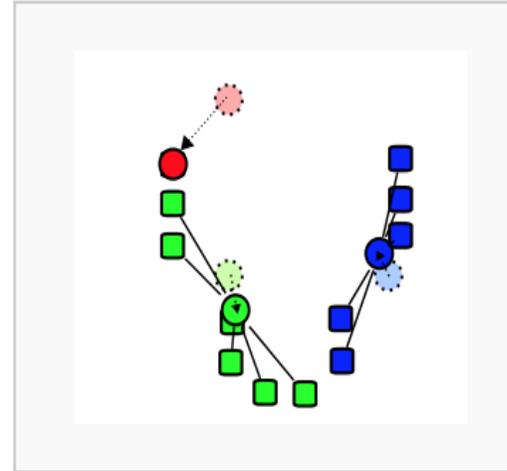
## Demonstration of the standard algorithm



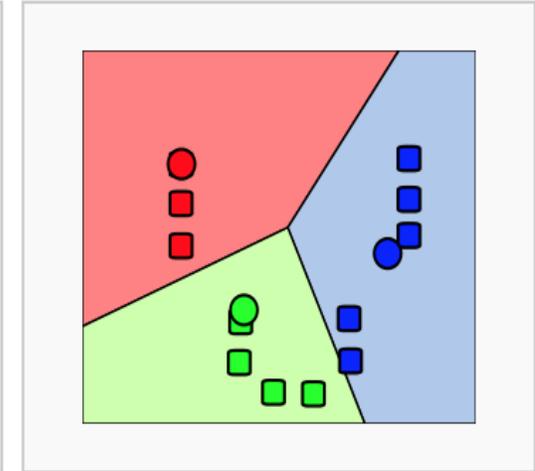
1.  $k$  initial "means" (in this case  $k=3$ ) are randomly generated within the data domain (shown in color).



2.  $k$  clusters are created by associating every observation with the nearest mean. The partitions here represent the **Voronoi diagram** generated by the means.



3. The **centroid** of each of the  $k$  clusters becomes the new mean.



4. Steps 2 and 3 are repeated until convergence has been reached.

# Funcionamento do K-Means

---

1. Escolha aleatoriamente  $k$  centroides dos exemplos como centros iniciais dos grupos.
2. Atribua cada exemplo ao centroide mais próximo.
3. Mova os centroides para o centro de todos os exemplos atribuídos a eles.
4. Repita os passos 2 e 3 até que as atribuições se tornem estáveis (ou seja, nenhum item mude de grupo) ou um número máximo de iterações seja atingido.

# Funcionamento do K-Means

---

Distância euclidiana ao quadrado entre dois pontos  $x$  e  $y$  em um espaço  $m$ -dimensional:

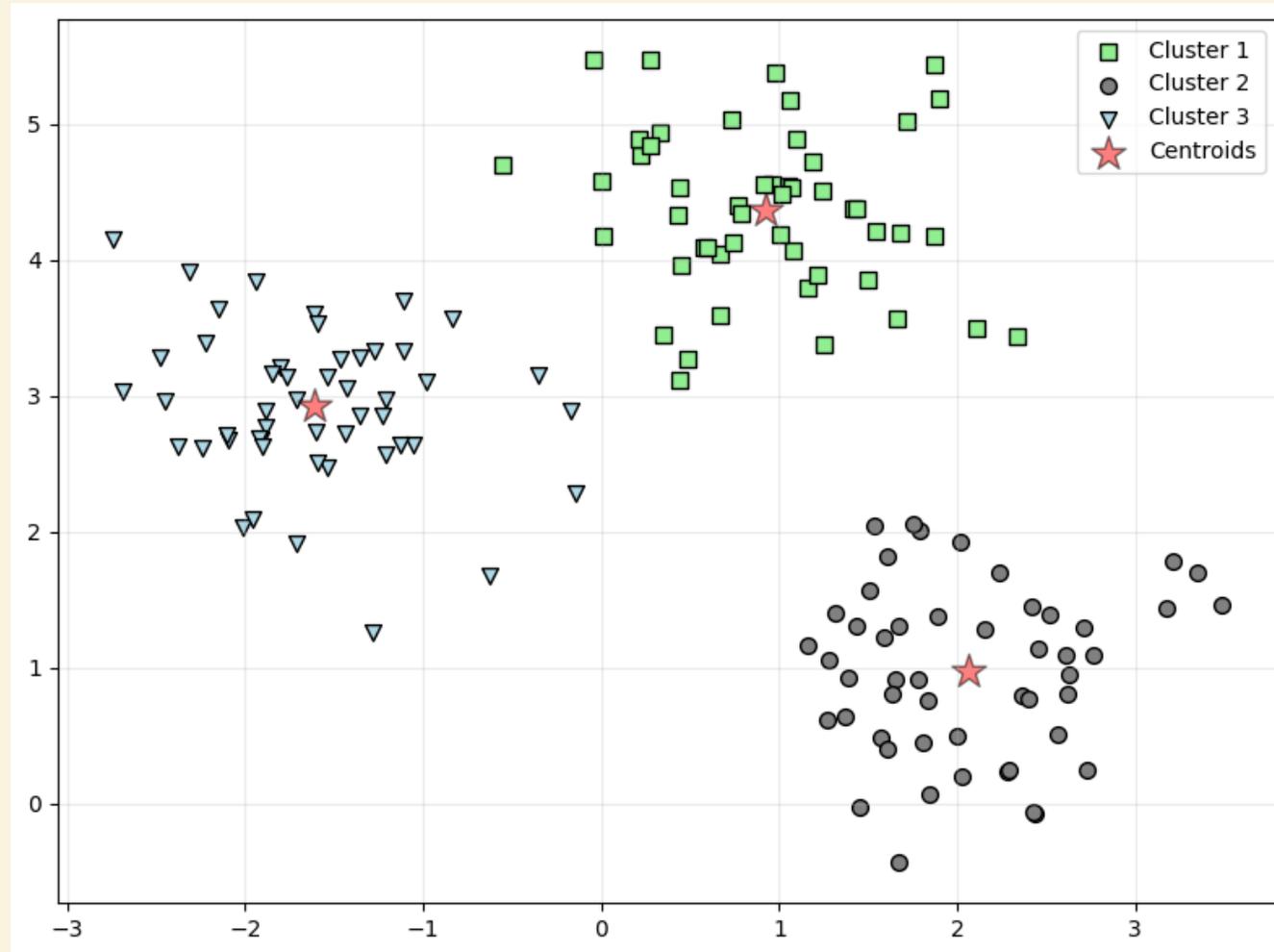
$$d(x, y)^2 = \sum_{j=1}^m (x_j - y_j)^2$$

Problema de otimização simples: Minimizar a **soma dos quadrados dos erros dentro do grupo** ("inércia do cluster"):

$$SSE = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^k w^{(i,j)} d(x^{(i)}, \mu^{(j)})^2,$$

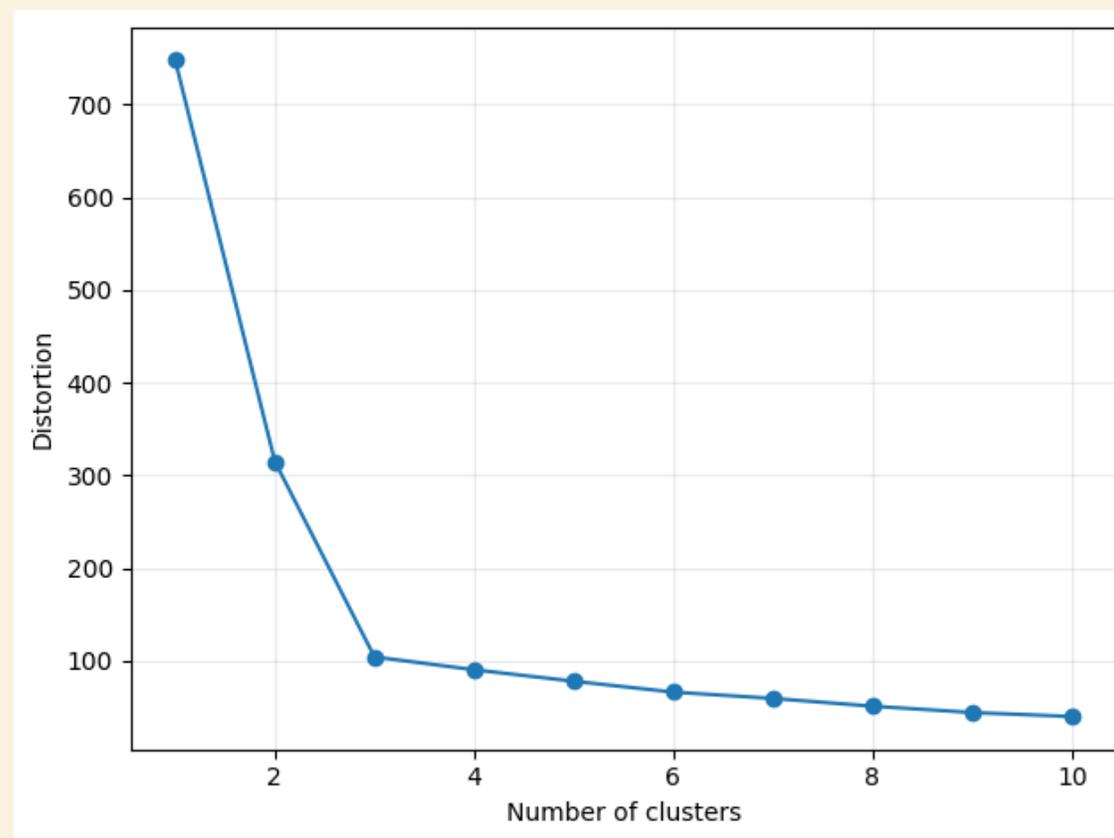
onde  $\mu^{(j)}$  é o centroide para o grupo  $j$ ;  $w^{(i,j)} = 1$  se  $x^{(i)} \in$  grupo  $j$  e 0 caso contrário.

# K-Means



# Elbow method para encontrar o número de clusters

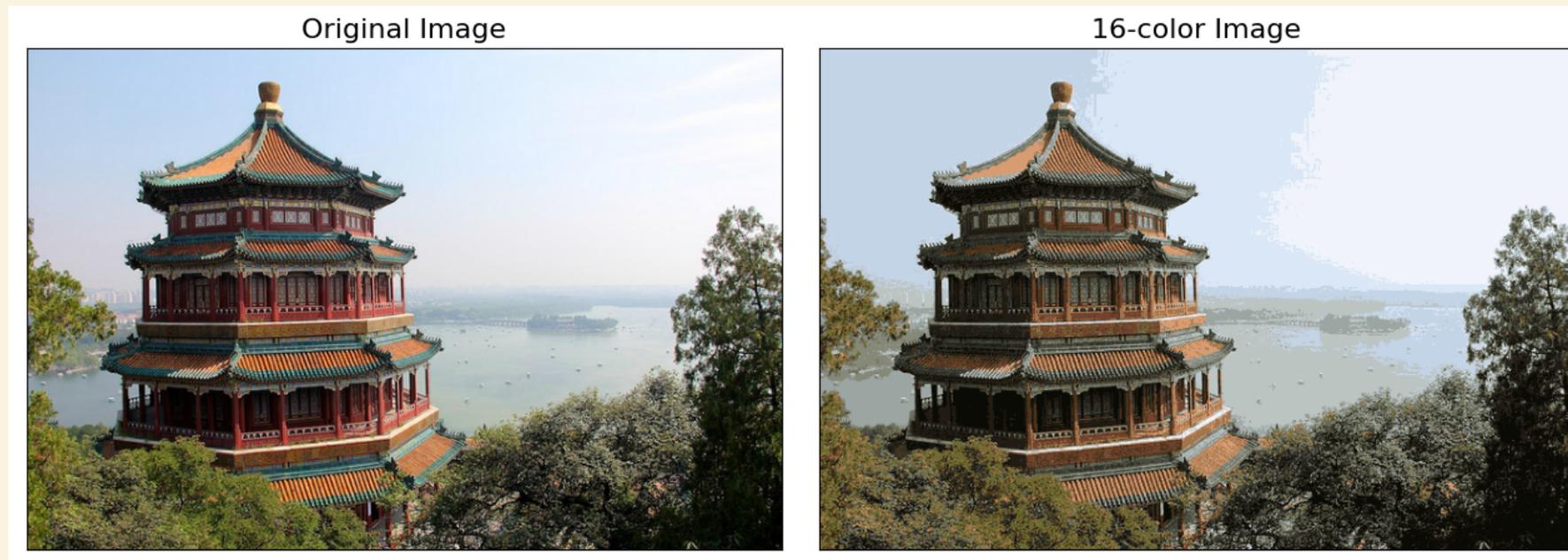
Com base na SSE dentro do grupo, podemos usar o **método do cotovelo**, para estimar o número ótimo de  $k$  de clusters para uma determinada tarefa ( $k = 3$  na imagem abaixo).



# K-Means para Compressão de Cores

---

Em muitas imagens, uma grande quantidade dessas cores não são utilizadas e muitos pixels da imagem possuem cores similares ou até idênticas.



- Esta imagem na direita alcança um fator de compressão de cerca de 1 milhão!